

Egyenletek megoldása

Módszerek: 1) sajátos egyenlet típus: 2) alapegyenlet 3) szorzat=0 4) jelölés 5) monotonitással (csak egy gyök)

Homogén (exp, trig) $ma^{2nx} + na^{nx}b^{nx} + pb^{2nx} = 0 \quad / b^{2nx} \quad y = \left(\frac{a}{b}\right)^{nx}$

$a \sin^2 nx + b \sin nx \cos nx + c \cos^2 nx = 0 \quad / \cos^2 nx \quad y = \operatorname{tg} nx$

lineáris (trig) $a \sin nx + b \cos nx = c$ *segédszöggel* $\sin(nx + \alpha) = \text{szám}$; vagy homogénné alakítani

reciprok (alg) $ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0 \quad / x^2 \quad x + \frac{1}{x} = y \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2 \quad x^3 + \frac{1}{x^3} = y^3 - 3y$

binom (alg, trig) $x^n = a \quad / \sqrt[n]{} \quad \text{trigonometriailag (előtte } a\text{-t átírni trigonometriai alakú komplex számmá)}$

Szorzáttá bontás: 1) közös tényező kiemelése
2) rövidített számítási képlet

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3ab(a \pm b)$$

Alapegyenletek:

3) szabad tag osztói között keresünk egy gyököt(α) és osztunk $(x-\alpha)$ -val.

Elsőfokú egyenlet:

$$ax + b = 0$$

$$x = \frac{-b}{a}$$

$$a \in \mathbb{R}^*$$

Másodfokú egyenlet:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$a \in \mathbb{R}^*$$

Exponenciális egyenlet:

$$a^{u(x)} = b / \log_a$$

$$u(x) = \log_a b$$

$$a > 0; b > 0; a \neq 1$$

$$a^{u(x)} = a^{v(x)} / \log_a$$

$$u(x) = v(x)$$

$$a > 0; a \neq 1$$

Logaritmikus egyenlet:

$$\log_a u(x) = b / a^{[\]}$$

$$u(x) = a^b$$

$$a > 0; u(x) > 0; a \neq 1$$

$$\log_a u(x) = \log_a v(x) / a^{[\]}$$

$$u(x) = v(x)$$

$$a > 0; u(x) > 0; v(x) > 0; a \neq 1$$

Trigonometriai egyenletek:

$$\sin u(x) = a$$

$$x \in \{\arcsin a + 2k\pi\} \cup \{\pi - \arcsin a + 2k\pi\} \quad a \in [-1; 1]$$

$$\sin u(x) = \sin v(x)$$

$$\text{I. } u(x) \in \{v(x) + 2k\pi\}$$

$$\text{II. } u(x) \in \{\pi - v(x) + 2k\pi\}$$

$$\cos u(x) = a$$

$$x \in \{\pm \arccos a + 2k\pi\}$$

$$a \in [-1; 1]$$

$$\cos u(x) = \cos v(x)$$

$$\text{I. } u(x) \in \{v(x) + 2k\pi\}$$

$$\text{II. } u(x) \in \{-v(x) + 2k\pi\}$$

$$\operatorname{tg} u(x) = a$$

$$x \in \{\arctg a + k\pi\}$$

$$u(x) \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{(2k+1)\pi}{2} \right\}$$

$$\operatorname{tg} u(x) = \operatorname{tg} v(x)$$

$$u(x) \in \{v(x) + k\pi\}$$

$$u(x); v(x) \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{(2k+1)\pi}{2} \right\}$$

$$\operatorname{ctg} u(x) = a$$

$$x \in \{\operatorname{arcctg} a + k\pi\}$$

$$u(x) \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$$

$$\operatorname{ctg} u(x) = \operatorname{ctg} v(x)$$

$$u(x) \in \{v(x) + k\pi\}$$

$$u(x); v(x) \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$$

Egyenlőtlenségek megoldása

Módszerek:

1) Egy oldalra vinni (0-ra redukálni), szorzattá bontani és **előjeltáblázat**

2) Monotonitással:

$$u(x) < v(x) \quad / f \nearrow$$

akkor

$$f(u(x)) < f(v(x))$$

$$u(x) < v(x) \quad / f \searrow$$

akkor

$$f(u(x)) > f(v(x))$$

Exponenciális:

$$a^{u(x)} < a^{v(x)} / \log_a () \nearrow$$

ha $a > 1$ **akkor**

$$u(x) < v(x)$$

$$a^{u(x)} < a^{v(x)} / \log_a () \searrow$$

ha $0 < a < 1$ **akkor**

$$u(x) > v(x)$$

Logaritmikus:

$$\log_a u(x) < \log_a v(x) / a^{[\]} \nearrow$$

ha $a > 1$ **akkor**

$$u(x) < v(x)$$

$$\log_a u(x) < \log_a v(x) / a^{[\]} \searrow$$

ha $0 < a < 1$ **akkor**

$$u(x) > v(x)$$